Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 2

Задача 2.

$a = (3+\sqrt{11})^{75}$, $b = (3-\sqrt{11})^{75}$.

$a + b \in \mathbb{Z}$, так как 75 - нечетное число и слагаемые с $\sqrt{11}$ в нечетной степени взаимно уничтожаются, а слагаемые с $\sqrt{11}$ в четной степени дадут целые числа $3 < \sqrt{11}$, тогда $b = -(\sqrt{11}-3)^{75}$.

$a = (a+b) + (\sqrt{11}-3)^{75}$ → дробная часть числа a.

$a+b \in \mathbb{Z}$

(смотри далее)

Задача 1

	1	2	3
левая	X	X	X
правая	X	X	X

– 6 различных позиций.

Тасовка с повторениями: $\frac{6!}{1!\cdot 3!\cdot 2!} = 60$

С учетом цветами $2^6 = 64$ вариантов. Окончательно $60 \cdot 64 = 3840$ вариантов. Ответ: 3840.

Можно использовать оборот листа для записи решений

Задача № 2 (продолжение задания)

Оценим: $\sqrt{11} < \frac{10}{3}$

$0 < \sqrt{11} - 3 < \frac{1}{3}$

$0 < (\sqrt{11} - 3)^{75} < \frac{1}{3^{75}} < 10^{-30}$.

Значит первые 30 цифр после запятой числа ~~a~~ равны 0

Ответ: 0.

Задача № 4

$-12xy^2 \vdots 3$, так как $12 \vdots 3$.

$3x^2y \vdots 3$, ~~так~~ так как $3 \vdots 3$

$8x^3 - 2x = 2x(4x^2 - 1) = 2x \cdot (2x-1) \cdot (2x+1)$ – произведение 3 последовательных чисел $\vdots 3$.

Аналогично: ~~$y^3 - y = y(y^2 - 1)$~~

$y^3 - y = y(y^2 - 1) = y(y-1)(y+1) \vdots 3$.

$P(x, y)$ принимает те целые значения кратные 3. Положительных чисел кратных 3 и меньших 10^7 ~~будет~~ будет 3 333 333

Ответ: 3 333 333

Задача 6

Треугольная призма над квадратами:

$V_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 = 16$. Над половинами кругов в сумме полный круг: $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 2 = \frac{8\pi}{3}$

$V_{max\ снега} = V_{снег} = V_1 + V_2 = 16 + \frac{8\pi}{3}$.

Ровно половина снега попадет на данную фигуру ровно $\frac{1}{2}$

olymp.bmstu.ru

$V_{1\,вверх} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 = 4$

$V_{2\,вверх} = \frac{1}{8} \cdot \frac{8\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

Объем верхнего слоя: $V_{вверх} = 4 + \frac{\pi}{3}$

$V_{низ} = V_{сил} - V_{вверх} = 12 + \frac{7\pi}{3}$

Из условия на получение ~~воды~~ воды смеси:

$V_{воды} = \frac{2}{5} V_{вверх} + \frac{4}{5} V_{низ} = \frac{56}{5} + 2\pi$

Ответ: сил $16 + \frac{8\pi}{3} \approx 24{,}4\,м^3$; воды $\frac{56}{5} + 2\pi \approx 17{,}5\,м^3$

Задача 3.

$H = CK \cap AB$. $\angle CDB = \angle ADB = 90°$ как вписанный, опирающийся на диаметр AB, значит A – точка пересечения высот BH, CD в $\triangle BKC$. Значит $\triangle DBE \sim \triangle CBK$, $k = \cos \angle EBK$.

Пусть $\angle CBK = \alpha$, $\angle DOE = 2\alpha$, как центральный.

$\angle DEF = 180 - 2\alpha$. $FF = FD$ как центральный.

$\angle DEF = 180 - 2\alpha$. $FE = FD$ как равнобедренный,

$DE = 2 \cdot FE \cdot \sin EFO = 14 \cdot \sin(90 - \alpha) = 14\alpha$

По т синусов из $\triangle DBE$ имеем

$DE = 2 \cdot R_{DBE} \cdot \sin\alpha$.

Тогда $R_{DBE} = 7 \cdot ctg\,\alpha$.

Из подобия $\triangle DBE$ и $\triangle CBK$ имеем:

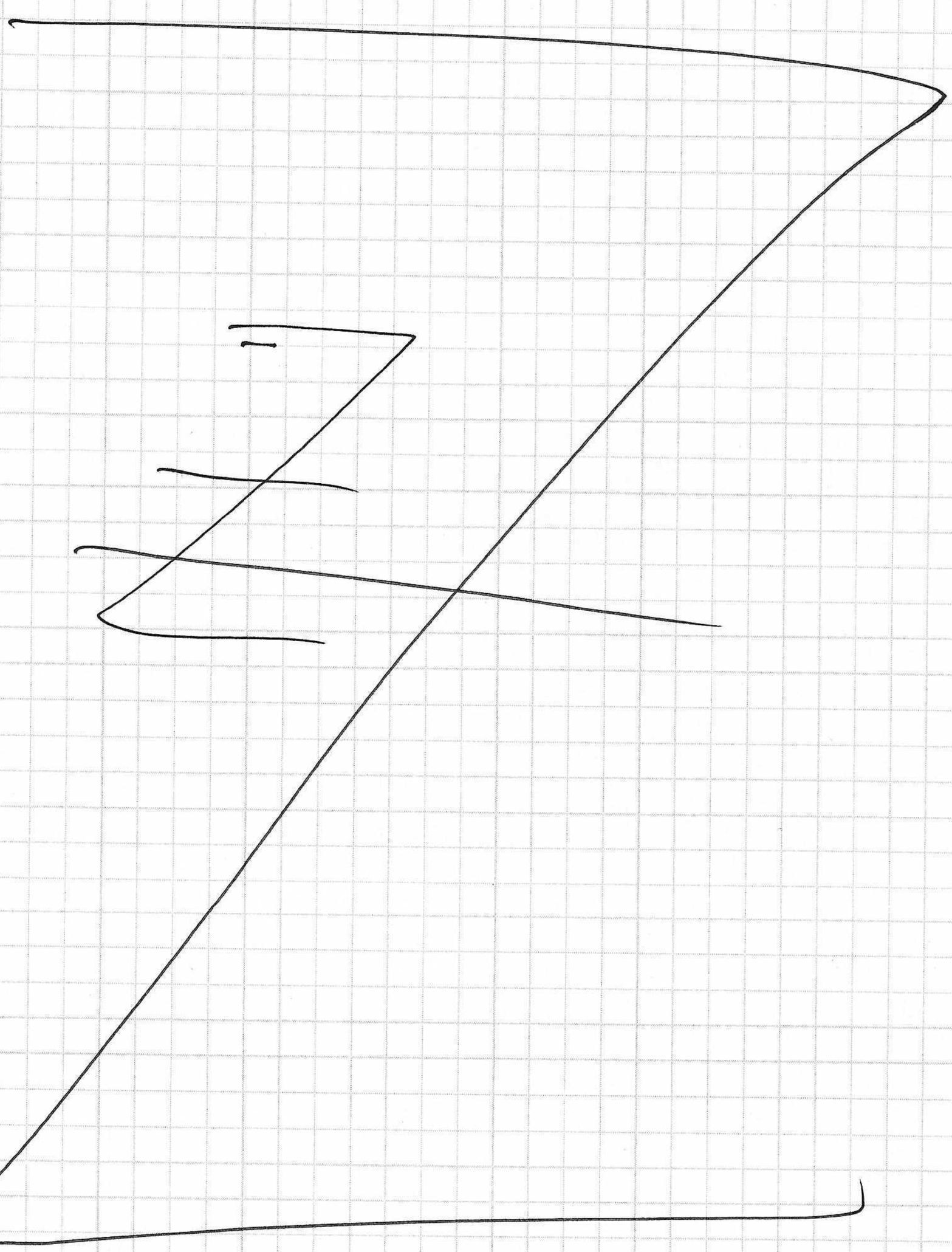
$R_{CBK} = \frac{R_{DBE}}{\cos\alpha} = \frac{7}{\sin\alpha} = 10$ Ответ: 10.

Можно использовать оборот листа для записи решений

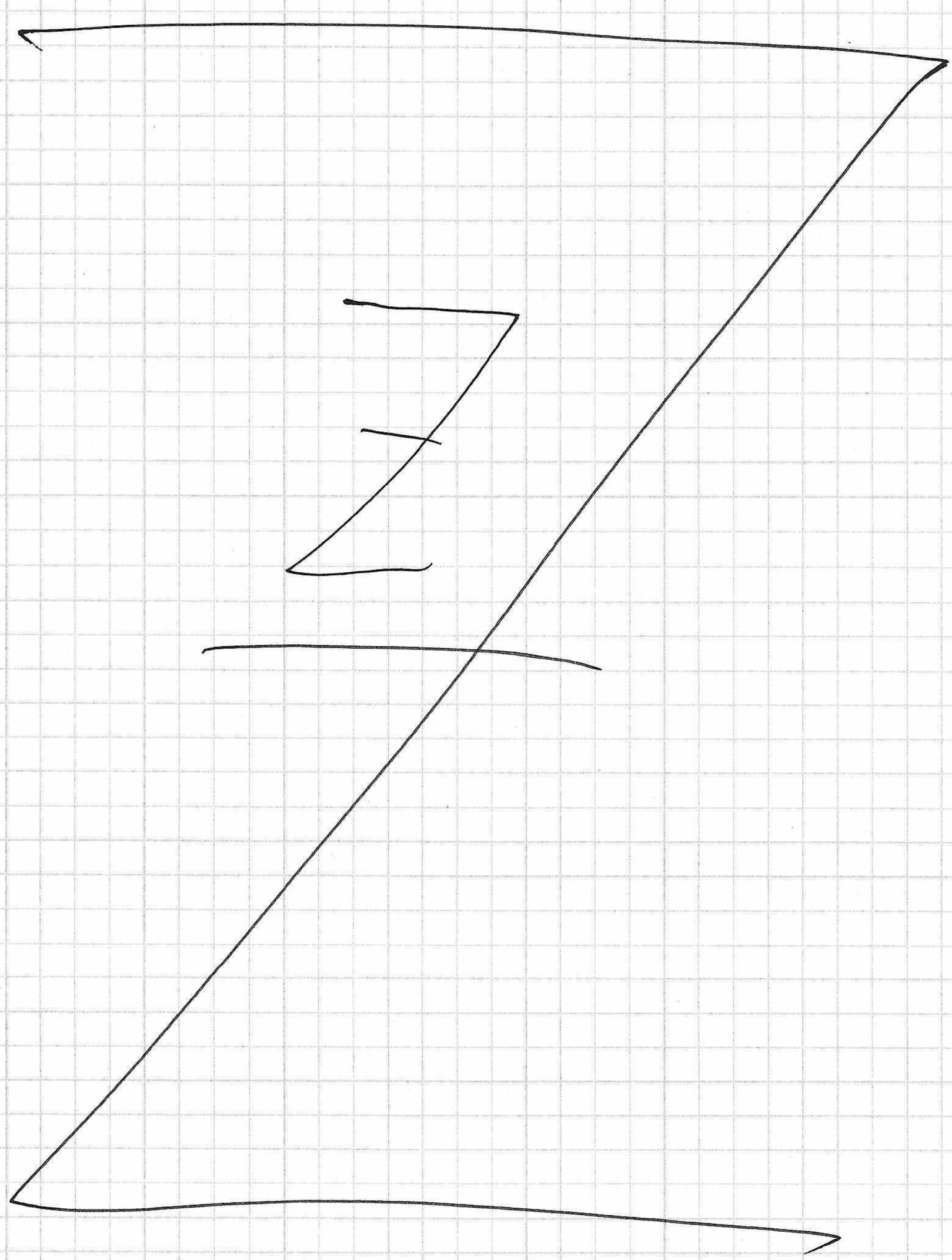


Вариант задания _____

Лист работы ____ из ____



Можно использовать оборот листа для записи решений

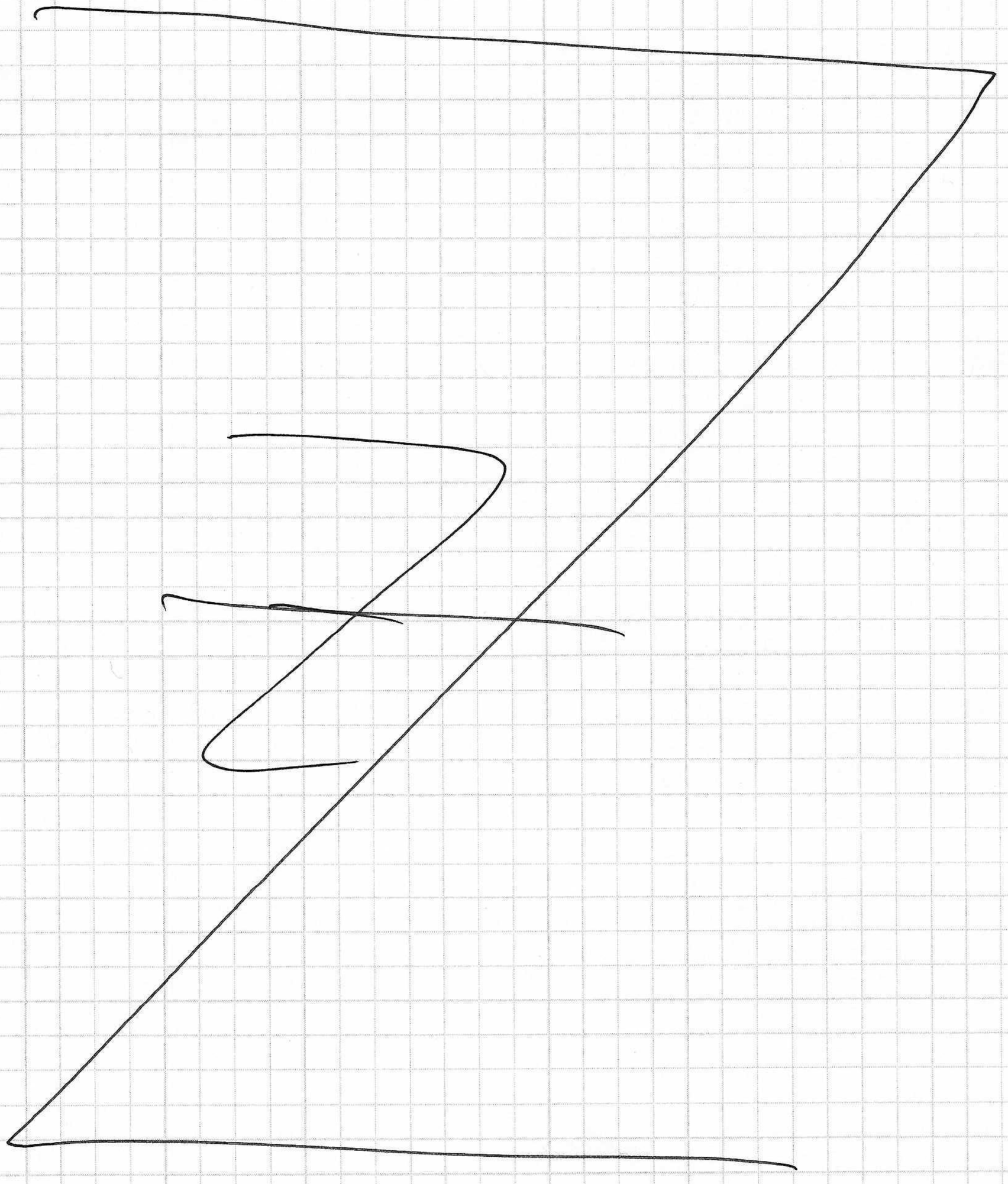


Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания _____

Лист работы ____ из ____



Можно использовать оборот листа для записи решений

